

<b>Prima prova intercorso di Fisica Generale 1 per Ingegneria Edile (N41) 14 novembre 2017</b>	<b>Prof. Fabio Garufi</b>	<b>Firma leggibile dello studente</b>
<b>Cognome:</b>	<b>Nome:</b>	<b>Matricola:</b>

ESERCIZIO 1. Un corpo di massa  $m_1 = 2 \text{ kg}$  è posto su un piano liscio orizzontale ed è fissato ad un estremo di una molla di costante elastica  $k = 224 \text{ Nm}^{-1}$  e lunghezza  $l_0 = 0.2 \text{ m}$ ; l'altro estremo della molla è fissato ad una parete. Il corpo  $m_1$  è connesso tramite una fune ideale inestensibile ed una carrucola, ad un corpo di massa  $m_2 = 4 \text{ kg}$ , che si trova su un piano inclinato liscio che forma un angolo di  $\alpha = 45^\circ$  rispetto all'orizzontale. Calcolare:

<i>10 punti</i>

1. l'allungamento della molla quando il sistema è in equilibrio;
2. la tensione della fune all'equilibrio;
3. supponendo che la molla sia inizialmente nella posizione di riposo e ciascuna massa abbia velocità iniziale  $v_0 = 4 \text{ m/s}$  verso la parete, determinare la distanza percorsa dalle masse quando queste si fermano (supponendo che rimangano solidali)

*Soluzione:* Diagramma delle forze:

All'equilibrio l'accelerazione è nulla, dunque:

$$\begin{aligned} T - k\Delta x &= m_1 a = 0 \\ -T + m_2 g \sin \alpha &= m_2 a = 0 \end{aligned}$$

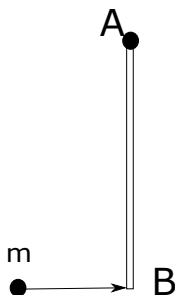
dunque  $\Delta x = m_2 g \sin \alpha / k = 0,12 \text{ m}$  e  $T = m_2 g \sin \alpha = 27,74 \text{ N}$ .

Per il teorema dell'energia, quando il sistema si ferma partendo da velocità  $v_0$ , l'energia potenziale della molla eguaglia l'energia cinetica iniziale meno il lavoro contro la forza peso

$$\frac{1}{2} k \Delta x^2 = (m_1 + m_2) v_0^2 - m_2 g \Delta x \sin \alpha$$

ESERCIZIO 2. Un'asta omogenea di massa  $M = 1 \text{ kg}$  e lunghezza  $\ell$  è ferma su un piano orizzontale liscio ed è vincolata nell'estremo  $A$ . Nell'altro estremo  $B$ , viene sparato un proiettile di massa  $m$ , perpendicolarmente all'asta, con velocità  $v = 70 \text{ m s}^{-1}$  e questi si conficca nell'asta. Sapendo che il momento delle forze d'attrito in  $A$  è  $M_A = 3 \text{ N m}$  calcolare la massa del proiettile affinché l'asta compia  $N = 11$  giri.

10 punti
----------



*Soluzione:* La velocità iniziale con cui l'asta comincia a muoversi per effetto del proiettile la possiamo ricavare dalla conservazione del momento della quantità di moto:

$$mv\ell = I\omega_0 + m\omega_0\ell^2 \quad (1)$$

$$I = \frac{m\ell^2}{3}$$

da cui:

$$\omega_0 = \frac{mv}{\ell \left( \frac{M}{3} + m \right)} \quad (2)$$

Possiamo applicare la legge della conservazione dell'energia dicendo che, quando si ferma, il lavoro compiuto dalle forze d'attrito è pari all'energia cinetica iniziale di rotazione. Detto  $I_{Tot} = I + m\ell^2$ , sarà:

$$\frac{1}{2}I_{Tot}\omega_0^2 = 22\pi M_A \quad (3)$$

Sostituendo la l'espressione di  $\omega_0$ , otteniamo: da cui:

$$\frac{1}{2} \left[ \frac{mv}{\ell \left( \frac{M}{3} + m \right)} \right]^2 \left( \frac{M}{3} + m \right) \ell^2 = 22\pi$$

ovvero

$$22\pi = \frac{m^2 v^2}{2 \left( \frac{M}{3} + m \right) M_A} \quad (4)$$

che dà un'equazione di II grado in  $m$ . Detta  $\alpha = 0.08 \text{ kg}$

$$m^2 - \alpha m - \alpha \frac{M}{3} = 0$$

da cui:

$$m = \frac{\alpha}{2} \pm \sqrt{\left( \frac{\alpha}{2} \right)^2 + \alpha \frac{M}{3}}$$

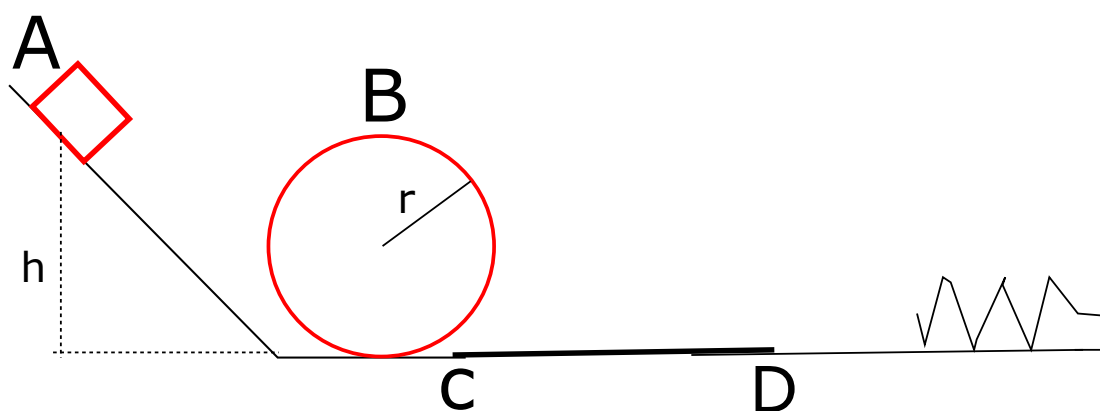
$m = 0,04 \pm \sqrt{0 + 0,03}$   $m_1 = 0,21$   $m_2 = -0,13$  e possiamo scartare la soluzione negativa.

<b>Prima prova intercorso di Fisica Generale 1 per Ingegneria Edile (N41) 14 novembre 2017</b>	<b>Prof. Fabio Garufi</b>	<b>Firma leggibile dello studente</b>
<b>Cognome:</b>	<b>Nome:</b>	<b>Matricola:</b>

ESERCIZIO 1. Un corpo di massa  $m = 1 \text{ kg}$  viene posto su una guida liscia inclinata con un angolo  $\alpha = 60^\circ$  rispetto all'orizzontale. Il corpo, inizialmente a velocità nulla, viene lasciato libero ad un'altezza  $h = 7 \text{ m}$  dal suolo. La guida, raggiunto il piano orizzontale, si raccorda con una guida circolare di raggio  $r = 1.75$  e poi con un piano orizzontale scabro lungo  $d = 5 \text{ m}$  e con attrito dinamico  $\mu_d = 0.2$ , che prosegue liscio per altri  $15 \text{ m}$ . Alla fine del tratto liscio c'è una molla, di lunghezza a riposo  $\ell_0 = 0.8 \text{ m}$  e costante elastica  $K = 929 \text{ N/m}$ .

10 punti

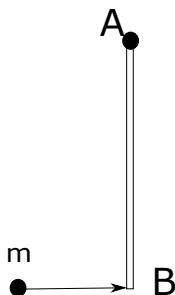
1. Calcolare la velocità con cui il corpo raggiunge la quota massima B nella guida circolare;
2. calcolare la reazione della guida nel punto B;
3. calcolare la compressione massima della molla;
4. determinare se, dopo essere stato respinto dalla molla, il corpo raggiunge nuovamente il piano inclinato.



*Soluzione:*  $v_0 = \sqrt{2gh} = 11,72$  è la velocità iniziale prima della guida circolare. La velocità lineare nel punto B, la calcoliamo con la conservazione dell'energia:  $1/2(mv_0^2 - v_B^2) = mg2r$ ; dunque:  $v_B = \sqrt{v_0^2 - 4gr} = 8,29$  e dunque l'accelerazione centripeta  $a = v_B^2/r = v_0^2/r - 4g = 39,24$ . Detta  $F_v$  la reazione vincolare, sarà  $ma = mg + F_v$  e dunque  $F_v = m(a - g) = 29,43 \text{ N}$ .

ESERCIZIO 2. Un'asta omogenea di massa  $M = 1 \text{ kg}$  e lunghezza  $\ell$  è ferma su un piano orizzontale liscio ed è vincolata nell'estremo  $A$ . Nell'altro estremo  $B$ , viene sparato un proiettile di massa  $m$ , perpendicolarmente all'asta, con velocità  $v = 80 \text{ m s}^{-1}$  e questi si conficca nell'asta. Sapendo che il momento delle forze d'attrito in  $A$  è  $M_A = 3 \text{ N m}$  calcolare la massa del proiettile affinché l'asta compia  $N = 8$  giri.

10 punti
----------



*Soluzione:* La velocità iniziale con cui l'asta comincia a muoversi per effetto del proiettile la possiamo ricavare dalla conservazione del momento della quantità di moto:

$$mv\ell = I\omega_0 + m\omega_0\ell^2 \quad (5)$$

$$I = \frac{m\ell^2}{3}$$

da cui:

$$\omega_0 = \frac{mv}{\ell \left( \frac{M}{3} + m \right)} \quad (6)$$

Possiamo applicare la legge della conservazione dell'energia dicendo che, quando si ferma, il lavoro compiuto dalle forze d'attrito è pari all'energia cinetica iniziale di rotazione. Detto  $I_{Tot} = I + m\ell^2$ , sarà:

$$\frac{1}{2}I_{Tot}\omega_0^2 = 16\pi M_A \quad (7)$$

Sostituendo la l'espressione di  $\omega_0$ , otteniamo: da cui:

$$\frac{1}{2} \left[ \frac{mv}{\ell \left( \frac{M}{3} + m \right)} \right]^2 \left( \frac{M}{3} + m \right) \ell^2 = 16\pi$$

ovvero

$$16\pi = \frac{m^2 v^2}{2 \left( \frac{M}{3} + m \right) M_A} \quad (8)$$

che dà un'equazione di II grado in  $m$ . Detta  $\alpha = 0.05 \text{ kg}$

$$m^2 - \alpha m - \alpha \frac{M}{3} = 0$$

da cui:

$$m = \frac{\alpha}{2} \pm \sqrt{\left( \frac{\alpha}{2} \right)^2 + \alpha \frac{M}{3}}$$

$m = 0,03 \pm \sqrt{0 + 0,02}$   $m_1 = 0,16$   $m_2 = -0,11$  e possiamo scartare la soluzione negativa.

<b>Prima prova intercorso di Fisica Generale 1 per Ingegneria Edile (N41) 14 novembre 2017</b>	<b>Prof. Fabio Garufi</b>	<b>Firma leggibile dello studente</b>
<b>Cognome:</b>	<b>Nome:</b>	<b>Matricola:</b>

ESERCIZIO 1. Un'automobile del peso di  $P_a = 11041$  N, che viaggia alla velocità di  $v_a = 96$  km/h, urta frontalmente contro un autocarro del peso di  $P_c = 90.0$  kN che viaggia verso l'automobile alla velocità di  $v_c = 57$  km/h. L'automobile e l'autocarro rimangono uniti dopo l'urto. Quanto vale la velocità finale dell'automobile e dell'autocarro uniti?

*Soluzione:* Nel sistema di riferimento in cui l'asse x è positivo nella direzione del moto dell'auto, le velocità dell'auto e dell'autocarro hanno segno opposto; le quantità di moto sono:

$$p_a = m_a v_a$$

$$p_c = m_c v_c$$

Dopo l'urto, la somma delle quantità di moto si conserva:

$$p_a + p_c = (m_a + m_c) v_{fin}$$

da cui

$$v_{fin} = \frac{p_a + p_c}{m_a + m_c} = \frac{P_a v_a + P_c v_c}{P_a + P_c} = -40,28$$

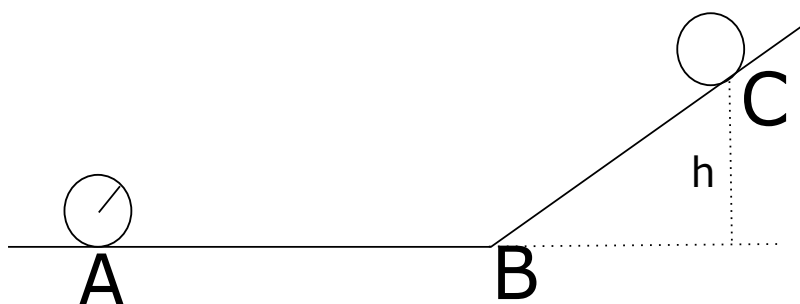
<i>7 punti</i>

ESERCIZIO 2.

Un cilindro omogeneo di massa  $M = 4$  kg. si trova fermo nel punto A sul piano orizzontale AB (vedi fig.). Ad un certo istante viene applicata al centro di massa del cilindro una forza  $F$  di modulo costante, parallela al piano AB e diretta da A verso B. La distanza è  $AB = 1$  m; Tale forza viene bruscamente rimossa quando il cilindro transita per il punto B e, di qui, esso poi prosegue per inerzia fino al punto C. Supponendo che durante il suo moto il cilindro rotoli sempre senza strisciare, valutare:

<i>punti</i>

1. il valore della forza  $F$  affinché il baricentro del cilindro raggiunga la quota  $h = 2$  m.
2. la velocità di traslazione del cilindro quando passa per B



*Soluzione:* Il lavoro eseguito dalla forza nel tratto AB si traduce in energia cinetica traslazionale e rotazionale:

$$L_{AB} = F \cdot AB = \frac{1}{2} (Mv_{CM}^2 + I\omega^2)$$

ma siccome il moto è di puro rotolamento  $\omega = v_{CM}/R$  e  $I = 1/2MR^2$ , dunque:

$$F \cdot AB = \frac{1}{2} \left( Mv_{CM}^2 + \frac{1}{2}Mv_{CM}^2 \right) = \frac{3}{4}Mv_{CM}^2$$

Per arrivare fermo nel punto C, tutta l'energia cinetica testé calcolata, si trasformerà in energia potenziale nel punto C  $E_{pot} = Mgh$ , dunque:  $\frac{3}{4}Mv_{CM}^2 = Mgh$  e, in definitiva:

$$v = \sqrt{\frac{4}{3}gh} = 5,11 \quad ms^{-1}$$

Sostituendo nell'espressione del lavoro otteniamo:

$$F = \frac{3}{4AB}Mv_{CM}^2 = \frac{Mgh}{AB} = 78,48 \quad N$$

<b>Prima prova intercorso di Fisica Generale 1 per Ingegneria Edile (N41) 14 novembre 2017</b>	<b>Prof. Fabio Garufi</b>	<b>Firma leggibile dello studente</b>
<b>Cognome:</b>	<b>Nome:</b>	<b>Matricola:</b>

ESERCIZIO 1. Un disco ruota in un piano verticale attorno al suo asse, con velocità angolare  $\omega = 6 \text{ rad/s}$  e reca sull'orlo un forellino. A distanza  $d = 25 \text{ m}$  dal disco, un tiratore deve colpire il forellino sparando orizzontalmente con una pistola. Sapendo che quando parte il proiettile, il forellino è nella posizione A, dire quale è la decelerazione costante imposta dall'aria al proiettile, che parte con velocità iniziale  $v_0 = 100 \text{ m/s}$ , affinché il tiratore colpisca il forellino nella posizione B a  $90^\circ$  da A. Dire inoltre con quale velocità e a che tempo il proiettile arriva in B.

<i>10 punti</i>

*Soluzione:*  $d = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2$ . Siccome  $\omega = \frac{\Delta\vartheta}{\Delta t}$ , allora  $t = \frac{\pi}{2\omega} = 0.26$ . Dunque:

$$a = 2 \frac{(v_0 t - d)}{t^2} = \frac{8\omega^2}{\pi^2} \left( \frac{\pi v_0}{2\omega} - d \right) = 29.59$$

$$v = v_0 - at = 92,31$$



ESERCIZIO 2. Un cilindro omogeneo di massa  $m = 4$  kg e raggio  $r = 10$ cm, ruota con velocità angolare  $\omega_0$  attorno ad un asse parallelo all'asse del cilindro e posto ad una distanza  $d = r/2$  da questo. Applicando un momento costante  $M = 6$  N m, il cilindro si ferma in un tempo  $t_0 = 3$ s. Calcolare:

<i>10 punti</i>

1. la velocità angolare  $\omega_0$  del cilindro;
2. dopo quanto tempo acquista una velocità angolare uguale ed opposta a quella iniziale;
3. dopo quanti giri a partire dall'inizio ciò avverrà.

*Soluzione:*

$$M = I\dot{\omega} = I\frac{\omega_0}{t_0}$$

essendo  $I = \frac{1}{2}mr^2 + md^2 = \frac{3}{4}mr^2$  dunque:

$$\omega_0 = \frac{Mt_0}{I} = \frac{4M}{3mr^2} = 200$$

Soluzione Versione n. 1  
Soluzione Versione n. 4

Soluzione Versione n. 2

Soluzione Versione n. 3